Ora le due rette 1*2* C, 13 *B* formano, insieme colle *zB,* 3 C, un quadrilatero completo che ha per diagonali 23, *BC* e Io, l'ultima delle quali è incontrata dalle altre due nei punti d'incontro degli spigoli 23 ed *AD,* 14 e *B C,* ed è terminata ai vertici opposti o e I, dunque : *ciascuna retici centrale è divisa armonicamente nei due punti in cui essa incontra gli spigoli opposti dell'imo o dell'altro tetraedro.* Si suppone, nell'enunciato di questo teorema, che la retta centrale sia terminata al punto centrale e ad uno dei punti I, II, III.

Dalla considerazione delle altre due diagonali del quadrilatero completo di pocanzi, cioè delle rette 23 e *B* C, emerge che lo spigolo *B C* (ovvero 23) è diviso armoni-camente nei due punti in cui è incontrato dallo spigolo reciproco 14 (ovvero *AD}* e dallo spigolo corrispondente 23 (ovvero *B* C). Ma quest'ultimo punto giace nel piano I II III, dunque : *se in ciascheduno spigolo di uno dei tetraedri si determina il punto con-jugalo armonico ài quello in cui lo spigolo stesso è incontrato dal suo reciproco nell'altro tetraedro, i sei punti così ottenuti sono in un medesimo piano e coincidono coi sei punti d'incontro degli spigoli corrispondenti.* Possiamo anche enunciare questo teorema affatto indipendentemente dalla considerazione dei due tetraedri conjugati, nel modo che segue : *se per ciascheduno spigoìo di un tetraedro e per un punto dato si conduce un piano, questo sega lo spigoìo opposto in un punto: i coiijugati armonici dei sei punti così ottenuti, rispetto agli spigoli del tetraedro., sono in un solo e medesimo piano* *).

Lungo uno spigolo qualunque di uno dei tetraedri, per es. lungo 12, si segano quattro piani, che sono: quelli delle due fiiccie 123 ed 124, il piano centrale 012 ed il piano reciproco 12 *C D.* Ora la retta centrale I o sega questi quattro piani ordinatamente nei punti (14), (23), o e I, dei quali i primi due sono, per quanto abbiamo dimostrato, conjugati armonicamente cogli altri due. Ne risulta clic *rangole di due/accie d'imo dei tetraedri e diviso armoìiicaiueiìle dal piano ceiilntle e dal piano reciproco passanti per lo spigolo comune a quelle due facete.*

Ciascuno dei piani reciproci contiene due dei quattro punti i, 2, 3, 4 e due dei tre punti I, II, III. All'incontro ciascuno dei piani centrali contiene tre dei punti o, i, *2,* 3, 4 ed uno dei punti I, II, III. Inoltre hi distribuxione degli otto punti

o, i, 2, 3, 4, 1, II, III,

fra queste due specie di piani ha luogo per modo che il

piano reciproco ed il piano centrale passanti per un medesimo spigolo del tetraedro *ABCD* li contengono tutti. Abbiamo cosi sei coppie di piani, ciascuna delle quali contiene tutti gli otto punti an-

*) KERMES, Journal fùr die rcine und angewandte Mathematik, t. IVI (1859), Pª&- ²°4- — Veg-gasi anche una nota del sig. FIEDLER nella Zeitschrift fùr Mathematik und Physik, t. Vili (1863), P*g- 5*-